1965
MAY

日本数学会

昭和40年年会

講演アブストラクト

函数論

時…… 5月18日・19日

所…… 京都大学理学部

18日	10.00 ～ 12.20	普通講演	**1 ～ 9**
	13.20 ～ 15.00	普通講演	**10 ～ 15**
19日	9.00 ～ 12.00	普通講演	**16 ～ 30**
	13.10 ～ 14.40	特別講演	

5 月 18 日

1. 赤座　暢（金沢大理）**Schottky 群の singular set の性質について**

Schottky 群の singular set の性質についてかなり不明な点が多いが，ここではその分布状態について得られた結果および μ 次元測度 $(2>\mu>0)$ が零および正なるための十分条件について述べる．

2. 吹田信之（東工大）**On radial slit mappings**

集積境界をもつ radial slit mapping function の特徴付けに関連して Strebel (Proc. Nat. Acad. Sci. USA 40 (1953)) は像領域の一性質を証明したが，その議論は不十分であるように思われる．ここでは別の見地からこの結果の証明を与える．同様にして二つの境界成分 C, C' 方向への exhaustion に関する，extremal length の連続性が証明される．

3. 田村二郎（東大教養），**及川広太郎**（東大教養）**截線領域と $N_{\mathfrak{D}}$ 集合の例**

複素平面上の領域を D とし，$E=D^c$ は有界とする．実軸と虚軸の上への E の正射影をそれぞれ E_x, E_y とし，1 次元測度を m で表わすとき，つぎの定理が知られている：

（i） $mE_y=0$ ならば D は極小水平截線領域；（ii） $mE_x=mE_y=0$ ならば $E\in N_{\mathfrak{D}}$.

この逆に対する簡単な反例を示す：

1. $E\in N_{\mathfrak{D}}$で，E_x も E_y も線分となる例. (Cantor 3 進集合の直積を 45° 回転する.)
2. $E\epsilon N_{\mathfrak{D}}$ で，任意の直線への E の正射影がすべて線分となる例. (1 の E と，回転する前の集合との和.)

また，別の定理に関連して：

3. E が totally disconnected であるのに，z_1, $z_2\in D$ と $\delta>0$ を適当にとるとき，z_1, z_2 を D 内で結ぶ曲線の長さが，つねに $|z_2-z_1|+\delta$ より大きくなる例.

4. 栗林暲和（中央大理工）**On a family of Riemann surfaces $\Omega(g', n, \{Vi\})$.**

自己同型 σ をもつ Riemann 面 R で，$R/\{\sigma\}$ が種数 g' であるつぎのような Riemann 面の族を考える．ただし σ の order n は素とする．R の σ による不動点を $Q_1, Q_2, \cdots, Q_r$ とする．Q_k における local parameter を t_k とし，σ: $t_k n\to\zeta^{V k} t_k$, $\zeta=e^{2\pi i/n}(k=1, 2, \cdots\cdots, x)$ とする．この関係を $\{V_i\}$ で表わすことにする．(R, σ) の対にこの関係 $\{V_i\}$ を指定した triple $(R, \sigma, \{V_i\})$ の集合を $\Omega(g', n, \{V_i\})$ と定義する．この空間の構造を調べることが目的である．すなわち，orientation を保存する位相写像のホモトピーで類別して Ω に若干の制限がついて Ω から Teichmüller space A_g を作る　つぎの定理が主定理である．**定理.** A_g は T_g 内で複素 $3g'-3+r$ 次元の特異点のない 解析的 部分多様体である．**定理.** A_g は $s=3g'-3+r=1$ のとき 上半平面と解析的に同値である.

5. 森　峯子（京大理）**Jacobi inversion problem on open Riemann surfaces of class O_{KD}**

R を種数 g が有限な族 O_{KD} のリーマン面とする．このとき，任意の quasi-rational function は $\mathfrak{K}_0$(canonical exact differentials の積分から成る函数族）に属し，$\mathfrak{K}_0$ の任意の要素は適当な定数を加えることにより quasi-rational function にすることができる．R 上の族 Γ_{ase} は g 個の（複素数上で）一次独立な basis $\varphi_1, \cdots, \varphi_g$ をもつ．R の 1-chain γ（有限または無限）に対し

$$h(\gamma)=\left(\int_\gamma \varphi_1, \int_\gamma \varphi_2, \cdots, \int_\gamma \varphi_g\right)$$

を考える．任意の g 個の複素数値 $c_1, c_2, \cdots, c_g$ に対して，R 上の g 個の点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \cdots, \mathrm{P}_g$ を任意にとるとき，P_j から出る道 $L_j(j=1, 2, \cdots, g)$で $h(\sum_{j=1}^g L_j)=(c_1, c_2, \cdots, c_g)$ をみたすものがつねに存在する.

6. 新濃清志（東工大），**広海玄光**（東工大）**On the characterization of regularly branched three-sheeted covering Riemann surfaces.**

M. Ozawa にしたがって，任意の開いた Riemann 面 R に対して，$\mathfrak{M}(R)$を R 上の有理型函数の集合，$f\in\mathfrak{M}(R)$ に対して $P(f)$ を f によって一度もとられない値の個数として．$P(R)=\sup P(f)$ $(f\in\mathfrak{M}(R))$ とおく．いま，R を三価整代数型函数 $\sqrt[3]{g(Z)}$ の固有な存在領域として定義される regularly branched three-sheeted covering Riemann surface とする．このとき，$P(R)=6$ の面 R は $f^3g=(e^H-\alpha)(e^H-\beta)^2$ $(f, H$ は整函数，α, β は 0 でない相異なる数）で特徴付けられること，$P(R)=5$ の面 R は存在しないことがわかる.

7. 小沢　満（東工大）解析写像の非存在について

リーマン面 R 上の非定数有理型函数集合 $\mathfrak{M}(R)$ の元 f に対して $P(f)$ は f が取らない値の個数とし，$P(R)=\sup_{f\in\mathfrak{M}(R)}P(f)$ とおく．閉面では $P(R)=0$，開面では $P(R)\geqq 2$ である．

定理． $P(R)<P(S)$ ならば，R から S への解析写像は存在しない．

$P(R)$ としては他に種々のえらび方がある．$P(R)$ の計算例を二，三与える。

8. 小沢　満（東工大）ultrahyperelliptic な面間の解析写像について

二つの ultrahyperelliptic な面 $R: y^2=G(x)$ と $S: y^2=g(x)$ とにおいて $R\to S$ なる解析写像が存在するための完全条件を与える．

1. non-rigid な解析写像は存在しない．

2. 解析写像 φ が存在するための完全条件は整函数 h と f とが存在して方程式 $f(z)^2G(z)=g\circ h(z)$ が成り立つことである．

3. φ が存在すれば

$$\varlimsup_{r\to\infty}\frac{N(r,R)}{T(r,h)}=\infty\ (>2);$$

$N(r,R)$ は R の integrated Euler 指標と本質的に同じ量．

9. 小沢　満（東工大）ultrahyperelliptic な面から超楕円型面への解析写像について

R: ultrahyperelliptic な面，S: 超楕円型面．

R から S への解析写像 φ が存在すれば，

1. φ は S の種数 $\geqq 4$ ならば non-rigid ではない．

2. S の種数が 2 または 3 の場合には non-rigid である例がある．

3. 1 の場合には

$$\varlimsup_{r\to\infty}\frac{N(r,R)}{T(r,h)}\leqq 2\times(S\ \text{の種数}),$$

4. $\exists\varphi \underset{\text{rigid}}{\Longleftrightarrow} \exists h,\ \exists f$ (有理型);

$$f(z)^2G(z)=g\circ h(z)$$

$\exists\varphi \underset{\text{non-rigid}}{\Longleftrightarrow} \exists h_1,\ \exists h_2,\ \exists f_1,\ \exists f_2$ (有理型);

$$(f_1(z)+f_2(z)\sqrt{G(z)})^2 = g\circ(h_1(z)+h_2(z)\sqrt{G(z)}).$$

10. 柴田敬一（阪府大教養）調和な位相写像について

R, S: 位相同型な Riemann 面，A: Rから S への位相写像のホモトピー類，$\mathfrak{F}$: A に属するすべての diffeomorphisms の族．

$f\in\mathfrak{F}$ に対して $\mathfrak{Q}=f(\mathfrak{P})$ とおく．Z, w: それぞれ $\mathfrak{P}, \mathfrak{Q}$ の近傍の局所座標．

$w=w_f(z)$ とおく．$\eta=\rho(w)|dw|^2$: S 上の conformal metric.

以上の記号を用いて汎函数

$$I[f]=i\iint\rho(w_f(z))\left(\left|\frac{\partial w_f}{\partial Z}\right|^2+\left|\frac{\partial w_f}{\partial\bar z}\right|^2\right)dz\wedge d\bar z$$

を $\mathfrak{F}$ の中で極小にする写像を (η, A)—調和写像と定義し，つぎの結果を得た: R, S が bordered で，$\eta/|dw|^2$ が正の下界をもち区分的に連続ならば，すべての A に対して (η, A)—調和写像が存在し，R の自己等角写像を除いて一意に定まる．

11. 阪井　章（阪大教養）擬等角写像の一つの応用

閉円板 $\bar D$: $|Z|\leqq 1$ から $\bar D$ の上への擬等角写像の族を $\mathfrak{F}$，また $\bar D$ から $\bar D$ の上への C^k 級（向きを保つ）位相写像（k は実数 $\geqq 1$）の作る $\mathfrak{F}$ の部分族を $\mathfrak{F}^k$ とする．また円周 C: $|Z|=1$ の対応が恒等写像になっている $\mathfrak{F}$ および $\mathfrak{F}^k$ の写像の族をそれぞれ $\mathfrak{F}_0, \mathfrak{F}_0^k$ とする．擬等角写像の結果（特に Ahlfors-Bers: Riemann's Mapping Theorem for Variable Metrics の結果）を利用することによって次の定理の簡単な証明を与える．**定理．** $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}_0, \mathfrak{F}^k, \mathfrak{F}_0^k$ はすべて弧状連結である．

またこの定理を用いて，S^2 に対する対応する結果について述べる．

12. 大津賀　信（広島大理）ある抽象空間における極値的長さ

X を抽象空間とし，その各点 x に対しそれぞれ抽象空間 Y_x を対応させる．X と各 Y_x の上の σ-集合体をそれぞれ $\mathfrak{A}$ と $\mathfrak{B}_x$ とし，それらの上の非負測度をそれぞれ μ と ν_x とする．空間 $Z=\{(x,y);\ x\in X,\ y\in Y_x\}$ 内にある条件をみたす σ-集合体 $\mathfrak{C}$ とその上に定まる非負測度 α を考える．π と κ は Z 内の非負 $\mathfrak{C}$-可測函数で，κ は各 Y_x に制限されたとき $\mathfrak{B}_x$-可測で $\int\kappa d\nu_x>0$ とする．各 x に対し $\int\kappa\rho d\nu_x$ が定義されて $\geqq 1$ をみたす Z 内の非負 $\mathfrak{C}$-可測函数 ρ が動くときの $\inf\int\pi\rho^p d\alpha\ (p>0)$ を計算する，前回の講演において得られた結果がこれから直ちに導びかれる．

13. 炭田幸正（東工大）Constantinescu–Cornea の定理について

Constantinescu–Cornea の定理は普遍被覆面，Compactification 等を使って証明されている．しかし，Kuramochi による調和測度の概念を使って，これがリーマ

ン面 R 自身の中で証明されることを示す。v を HD-minimal [または HB-minimal] で $\sup v=1$ とすると，$V_m=\{p/v(p)>1-1/m\}$ はすべての整数 m に対し連結である．任意な一価函数 f に対し，$C_v(f)=\cap_{m=1}^{\infty}f(\overline{V_m})$ を定義する．set$A$ に対し $H_n(A,v)=H^1_{(\cup A\cap Vn)}$，$H(A,v)=\lim_{n\to\infty}H_n(A,v)$ とすると，$H_n(A,v)$ はつぎの性質をもつ：(i) $H(A,v)+H(B,v)\geqq H(A\cup B,v)$; (ii) もし $H(A,v)\neq 0$ のならば，$\sup H(A,v)=1$ これと extremisation の性質を使って，つぎのことが示される：

(1) f が有理型函数で $Cv(f)$ が一点のとき，f は constant. (2) u が finite Dirichlet 積分をもつ [または有界な] 課和函数のとき，$C_v(u)$ は一点から成る．また，非定数有理型函数 f に対し，(1), (2) からつぎの知られた結果がみちびかれる：(3) u が HB-minimal のとき，f は高々 capacity zero の $F_\sigma$set を除いてすべての値を無限回となる．また，(4) u が HD-minimal のとき，$C_v(f)$ は total かまたは f の像の spherical area は無限である。

14 倉持善治郎（北大理） **Evans 型の函数の存在について**

R を正境界をもつリーマン面，B をその境界とする．$R+B-R_0=\bar{R}-R_0$ 上に N-Martin の位相が定義されているとする；ここで R_0 はコムパクトな円板である。F を $\bar{R}-R_0$ 内の閉集合とするとき，

$$\frac{1}{D^{\circ}(F)}=\lim_{M=\infty}\lim_{n=\infty}\frac{1}{{}_nC_2}\inf\sum_{\substack{p_i\neq p_j\\ p_i\in F-B_0}}^{n}N^M(p_i,p_j)$$

とおく．これは明らかにふつうの超越直径より大である．これを利用して Evans 型の函数の存在について得られた結果をのべる．これは直ちに Grean のポテンシャルに利用できる．その他，これに付随した事柄についてのべる．結果のうちの一つはつぎのとおり：F のすべての点 P で ${}_FN(Z,P)>\delta$ でかつ F が容量零の閉集合ならば，F で ∞ となるポテンシャルが作れる。

15. 倉持善治郎（北大理） **non minimal point の例について**

池上氏は planar な Riemann 面に non-minimal な点があるかの問題を呈出した．これに対して実例を作り，どの点列に随えば non-minimal point を決定するかを述べる．つぎに，面が僅か変わるときの正の調和函数全体の集合がこの変化に対してどう変わるかを述べる．

5 月 19 日

16. 伊藤正之 (名大理) **Ninomiya's Domination Principle についての注意**

つぎの Ninomiya の domination principle が知られている．すなわち，n 次元ユークリッド空間 $R^n(n\geqq 3)$ で，α を $0<\alpha\leqq 2$ なる実数とする．μ を α 次の核による energy が有限で，その支えが compact である正の measure とする．ν をある正の measure とするとき，$U_\alpha^\mu(x)\leqq U_\alpha^\nu(x)$ on S_μ ならば，任意の実数 $\beta(\alpha\leqq\beta<n)$ に対し，$U_\beta^\mu(x)\leqq U_\beta^\nu(x)$ in R^n. ただし，$U_\alpha^\mu(x)$ は μ による α 次の potential を表わす．ここではこの結果を一般化して $R^n(n\geqq 1)$ で，$n\geqq 3$ のとき，$0<\alpha\leqq 2$; $n=2,1$ のとき $0<\alpha<n$ とする．このとき，μ の支えが compact であるという仮定を取り去って上の結果が成立することを，M. Riesz の balayage に関する定理を用いて簡潔に導く．また，別の型の domination principle, balayage に関しても，同様の一般化ができることを示す。

17. 伊藤正之 (名大理) **α 次の調和函数について**

M. Riesz の balayage に関する結果を用いて，n 次元ユークリッド空間 $R^n(n\geqq 1)$ の domain Ω での α 次の調和函数を定義する．ここで $n\geqq 3$ ならば，α を $0<\alpha\leqq 2$; $n=2,1$ ならば，α を $0<\alpha<n$ なる実数とする．R^n で定義された可測函数 f が Ω で α 次の調和であるとは，f は Ω で連続，かつ x を中心 r を半径とする開球を $B(x;r)$ で表わすとき，$f(x)=\int f(y)k_{x,r}(y)dy$ がすべての Ω にその closure が含まれる開球について成立することである．ただし，$k_{x,r}(y)$ は point measure E_x を $B(x;y)$ の外に balayage した measure の density である．最初に，α 次の調和函数は，analytic であることを示す．つぎに，distribution D_α, $D_\alpha * T^{\alpha-n}=-\varepsilon$, を用いて，一般化された α 次の Laplacian $P_\alpha{}^f(x)$ を定義する．ここでの主題は R^n で定義された可測函数 f がある domain Ω で α 次の調和であることの必要十分条件は f が Ω で連続，かつ $P_f^\alpha(x)=0$ であることを示すことである．

18. 安倍　斎 (愛媛大工) **On circumferentially mean univalent functions.**

円環内正則単葉函数について値域定理および歪曲定理については Grötzsch の結果が代表的なものとしてよく知られている．この結果の多葉函数の場合への最も自然な拡張として，circumferentially mean univalence の条件のもとに拡張を行なう．方法は，正則変換に対する Dirichlet 積分の性質と Circular symmetrization とによる．

19. 梯　鉄次郎 (阪府大工) **ある単葉函数について**

任意の実数値 $\lambda_n, \mu_n (n=1,2,\cdots)$ について，

$$\varphi_0(Z)=\frac{1+Z}{1-Z},\ \varphi_1(Z)=\left[\left(\frac{1+Z}{1-Z}+i\lambda_1\right)^2+\mu_1^2\right]^{1/2}$$

$$\cdots,$$

$$\varphi_n(Z)=[(\varphi_{n-1}(Z)+i\lambda_n)^2+\mu_2{}^n]^{1/2}$$

で定義される函数は，$|Z|<1$ において，正の実部をもつ単葉函数である．また，

$$F_n(Z)=[\varphi_n(Z)]^2,\ f_n(Z)=\frac{\varphi_n(Z)-\varphi_n(O)}{\varphi_n(Z)+\overline{\varphi_n(O)}}$$

も $|Z|<1$ において単葉となる．これらの函数と Löwner の微分方程式の関係についてのべる．

20. 曾根徳順 (山梨大) **Starlike mappings on level surfaces in several complex variables.**

$w=w(z,\bar{z})$, $g=g(z,\bar{z})$ は C^n の単葉閉領域 D の z に対し quasi-pseudo-conformal map (Sc. R. T. K. D. Sect. A, 8, p. 101 の定義で C^2 の代わりに C^1 としたもの) とする．$\gamma\equiv\gamma(r)$ を $\{z;\ |g|=r\}\cap D$(これが一点でも空でもないように r をとる) の任意の一つの連結成分に含まれる一つの連続体とする．γ の任意の内点 z_0 の w による像を w_0 とする．十分小さい $\delta>0$ をとり，$\{z;\ |z-z_0|<\delta\}\cap\{z;\ |g|<r\}\equiv H(z_0)$ の w による像 $H(w_0)$ が考えられ，それが単葉であるようにする．A を γ の w による像の上にない w-空間の点とするとき，$0<\varepsilon<\eta$ のすべての ε に対し，w_0 を始点とするベクトル $(\overrightarrow{w_0A})\varepsilon$ の終点が $H(w_0)$ に含まれるような $\eta\equiv\eta(z_0)$ が存在すれば，w は γ 上 A に関して星型であるとよぼう．その条件は

$$\begin{pmatrix} g \\ \bar{g} \end{pmatrix}^* \frac{\alpha\begin{pmatrix} g \\ \bar{g} \end{pmatrix}}{\alpha\begin{pmatrix} z \\ \bar{z} \end{pmatrix}} \left(\frac{\alpha\begin{pmatrix} w \\ \bar{w} \end{pmatrix}}{\alpha\begin{pmatrix} z \\ \bar{z} \end{pmatrix}}\right)^{-1} \begin{pmatrix} w-A \\ \bar{w}-\bar{A} \end{pmatrix}>0, \quad z\in\gamma.$$

21. 尾野　功 (教育大理) **Starlike and convex map-**

pings in one and two complex variables.

複素空間における写像の星形・凸形条件を統一的に取扱うことがねらいである. $w(=(w_1, w_2)')$ - 空間において $\varphi(w, \bar{w}) \geqq 0$ (φ は real analytic) で定められる閉領域を D とする.

(i) $\Re\{(\varphi_1 \varphi_2) w\} > 0$ on ∂D ならば, D は星形である.

(ii) $$\begin{pmatrix} \varphi_2 & -\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varphi_{\bar{2}} & \varphi_{\bar{1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{1\bar{1}} & \varphi_{1\bar{2}} & \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{2\bar{1}} & \varphi_{2\bar{2}} & \varphi_{21} & \varphi_{22} \\ \varphi_{11} & \varphi_{\bar{2}1} & \varphi_{\bar{1}1} & \varphi_{\bar{1}2} \\ \varphi_{\bar{1}\bar{2}} & \varphi_{\bar{2}2} & \varphi_{\bar{2}1} & \varphi_{\bar{2}2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{\bar{2}} & 0 \\ -\varphi_{\bar{1}} & 0 \\ 0 & -\varphi_2 \\ 0 & \varphi_1 \end{pmatrix} > 0 \text{ on } \partial D$$

ならば, (解析的接平面に関し) A—凸である. ただし $\varphi_{\bar{i}} \equiv \partial\varphi / \partial \bar{w}_i$, $\varphi_{i\bar{j}} \equiv \partial^2 \varphi / \partial w_i \partial \bar{w}_j$ 等とする.

A—凸ならば, Krzoska–擬凸である.

なお, 超球を写す正則写像に対するこれらの条件を述べる. さらに, 1変数における星形・凸形の限界等に言及する.

22. 金丸忠義 (教育大理) **On integral representation in several complex variables.**

A. Aizenberg の積分表示式の別表現を与える. この表現を用いると, この定理が Bochner–Martinelli の式, Ono の式を系として含むことは見易い. さらに, Stokes の定理を用いて, Weil, Bergman, Ono の積分表示式の別証明に注意する.

Sci. [illegible] 1964 vol 1

23. 菊地敬造 (神奈川大工), **加藤定雄** (神奈川大工) **松浦省三** (群馬高専) **normal domain と 測地線について**

領域 D_Z における Kähler metric $ds^2 = dZ^* T_{D_Z}(Z, \bar{Z}) dZ$ に関して, 測地線の微分方程式は $T_{D_Z}(Z, \bar{Z}) \ddot{Z} + \partial T_{D_Z}(Z, \bar{Z}) / \partial Z \cdot \dot{Z}^2 = 0$, $\dot{Z} = dZ/ds$, $\ddot{Z} = d^2 Z / ds^2$ で与えられる. いま, D_Z の写像

$$w = T_{D_Z}^{-\frac{1}{2}}(Z_0, \bar{Z}_0) \int_{Z}^{Z} T_{D_Z}(Z, \bar{Z}_0) dZ$$

による像領域 D_w を考えると, これはある種の canonical domain であるが, これを原点中心の normal domain とよぶことにする. homogeneous な symmetric domain の pseudo-conformal mapping による equivalent class の任意の点を通る測地線は, それらの normal domain の中心 (原点) を通る直線の原像であることおよびそのときの測地線の方程式の具体的な形を与える.

24. 樋口禎一 (教育大理) **ある種の多様体の核形式について**

M を Bergman 計量が存在する複素多様体とする (S. Kobayashi, Geometry of bounded domains, Trans. Amer. Math. Soc., **92** (1959), 267—290). すなわち, M はつぎの条件 (I), (II) をみたすとする. (I) 核形式 $K(x, \bar{x})$ が M 上のどの点でも 0 にならない. (II) M の局所座標系 $(x_1, \cdots, x_n)'$ に関して Bergman 計量

$$ds^2 = dx^* \frac{\partial^2 \log K^{\cdot}(x, \bar{x})}{\partial x^* \partial x} dx$$

$(K(x, t) = (\sqrt{-1})^{n^2} K^{\cdot}(x, t) dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_n \wedge dt_1 \wedge \cdots \wedge dt_n)$ が正定値である. ここでは M への Sommer-Mehring の定理 (Kern-funktion und Hüllenbildung in der Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen, Math. Ann. **131** (1956), 1—16) の拡張について考察する.

25. 津田義和 (都立大理) **Stein 空間の局所座標について**

E. Bishop の partially analytic space における analytic space の contraction の理論を応用して, Stein 空間の局所座標として空間上の大域的正則函数の組がとれるという定理のひとつの証明を試みたい.

26. 梶原壌二 (名大教養) **$\mathbf{H^1(D, \mathfrak{O}^*) = 0}$ をみたす領域 D と正則領域との関係**

つぎの場合に $\{(m_i, U_i, V_i)\}$ を複素空間 X における真性特異点に関する乗法的クザンの分布という: (1) $\{U_i\}$ は X の開被覆. (2) $U_i \cap U_j \cap U_k$ の各連結成分は $V_i \cap V_j \cap V_k$ のそれを含む. (3) m_i は V_i で一価有理型. (4) m_i / m_j は $U_i \cap U_j$ にて一価正則となる. (Y, t) を X の普遍被覆空間とする. $\tau^{-1}(UV_i)$ で一価有理型な M は, $M / m_i \circ \tau$ が $\tau^{-1}(U_i)$ で一価正則となるとき, 上記分布の多価な解と呼ばれる. (D, φ) をその上の上記分布がつねに多価な解をもつような C^n の上の領域, (E, τ) をその普遍被覆空間とする. このとき C^n の任意の余1次元の解析的平面 H と $\varphi^{-1}(H)$ で正則な函数 h に対して, $h \circ \tau$ は E で正則な函数の制限である. これと昨春の学会で述べた結果を用いると: G をスタイン多様体 S の部分領域とする. S のすべての一点に解析的に収縮可能な正則領域 D に対して $H^1(G \cap D, \mathfrak{O}^*) = 0$ となるならば, G が滑らかな境界をもつとき, S の正則領域である. ここに $\mathfrak{O}^*$ は正則函数芽の乗法層である.

27. 梶原壌二 (名大教養) **0 に一様収束する正則函数列の点毎収束領域**

$a_1, a_2, \cdots, a_n$ が整数環を係数とし，1を法として1次独立ならば，$\{(\alpha a_1, \alpha a_2, \cdots, \alpha a_n); \alpha=0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}$ は1を法として，いたる所稠密であるというのが，有名な Weyl の定理である．これを用いると容易につぎの補題を得る，K を複素空間 Y の Y に関する正則被 $\tilde{K}$ が $\tilde{K} \subsetneqq Y$ をみたす部分集合とする．このとき $Y-\tilde{K}$ の任意の有限集合に対して $\sup|f(\mathrm{k})|<1<\inf|f(\Delta)|$ をみたす Y における正則函数 f が存在する．一様収束の講義で有名な $\{Z^n/n\}$ はつぎの条件：

(1) $\bar{D}=\{Z;|Z|\leqq 1\}$ で 0 に狭義一様収束し，(2) $D' \subsetneqq D=\{Z;|Z|<1\}$ なる D' ではいかなる部分列も点毎収束しない

をみたす．われわれは上の補題を用いて上のような正則函数列が存在するための条件を与えることができる．また，D 内で 0 に広義一様収束し，(2) をみたす正則函数列が存在するための必要十分条件も与えることができる．

28. 梶原壌二（名大教養）**2 次元の正規複素空間における局所正則性と局所正則凸性の同値性**

Remmert は direkt といっているが，例えば前述の補題を用いると：(X,τ) が Y の上の解析的被覆のとき，X と Y とは同時に正則凸である．$p_1, p_2, \cdots, p_n$ が素なとき，

$$Y=\{(Z,w);\ w^p-Z_1^{p_2}Z_2^{p_1}\cdots Z_n^{n}=0\},$$

$$Z_j=t_j^p(j=1,2,\cdots,n),\ w=t_1^{p_1}t_2^{p_2}\cdots t_n^{pn},\ (Z,w)=\tau(t)$$

とすると，(C^n,τ) は函数 $\sqrt[p]{Z_1^{p_1}Z_2^{2}\cdots Z_n^{n}}$ の Riemann の領域 Y の解析的被覆である．また，X がスタイン多様体のとき，Y の部分領域 D と $\tau^{-1}(D)$ とは同時に正則領域になることから，Y の部分領域はそれが局所的に正則領域であるときに限に正則凸である．雑にいえば，上の Riemann の領域は正則領域論を許す領域である．さて，Jung および Grauert-Remmert によると，任意の 2 次元の正規複素空間 Y はその一意化不可能な点においてすら，函数 $\sqrt[p]{Z_1 Z_2^{p-q}}$ の Riemann の領域の原点の近傍と解析的に同型であるような近傍をもつ．したがって，表題のようなことがいえる．

29. 藤本坦孝（名大工）**解析空間内の解析的集合の接続について**

1955 年に Rothstein は C^n の領域 D の境界がなめらかで，ある種の凹性があれば，D 内の解析的集合がその境界を超えて接続可能なことを示し，これによって，Hartogs-Osgood の正則函数接続定理と類比の大局的接続定理を得た．これを，境界がなめらかでない場合も考慮して，つぎの形に改め得ることを示す．実数値可微分函数 v について，点 p で強 s 擬凸なとき，$\{v>v(p)\}$ 内の純 $s+1$ 次元の解析的集合はつねに P の近傍まで接続可能である．また，大局的接続定理としては，例えば，3 次元以上の Stein 空間における強擬凸領域の周囲で与えられた 2 次元以上の解析的集合は，領域の内部全体で接続可能である．これらは，実際にはもうすこし弱い仮定の下に論ずることができる．また，これに関連して，正則函数，正則写像，および Cousin II 分布等の接続について，同種の結果が得られることものべるつもりである．

30. 佐藤昭一（熊本大理）**Factor of automorphy について**

群 Γ, G が X, Y にそれぞれ作用しているとする．$X \to G$ の写像の集合を $[X,G]$ とかく．$X\times\Gamma\to G$ の写像 $f_\sigma(x)$ は，$f_{\sigma\tau}(x)=f_\sigma(\tau x)f_\tau(x)$ を満足するとき，factor と呼ばれる．factor $f_\sigma(x)$ は G 上一次の $[X,G]$-係数 cohomology set の元としてとらえられるが，一方 $X\times Y$ の，X 上の fibre space としての写像群 $\Gamma\times[X,G]=\Gamma_1$ をとれば，$\Gamma\to\Gamma_1$ の表現のある合同類とみられる．X 上，Y を fibre とする fibre bundle について，同様のことを考える．

特　別　講　演

広海玄光（東工大）**調和指数に関する Heins の問題について**

Heins [3, 4] は asymptotic spot の概念を導入し，これに調和指数を付与して，Denjoy-Carleman-Ahlfors の定理と関連する定理を導いた．さらに，Heins [4] は与えられた正の調和指数をもつ有理型函数の実現問題を提起している．この問題について解説し，その解について述べるのが，この報告の目的である．

まず，f を Riemann 面 F から Riemann 面 G への (Stoilow の意味での) 内部変換とする．G の一点 q $(\in\overline{f(F)})$ を含む単連結な Jordan 領域 Ω の集合を Φ_q とするとき，Φ_q 上の函数（集合から集合への対応）$\sigma=\sigma(\Omega)$ がつぎの二つの条件をみたすならば，σ を q の上の **asymptotic spot** という：(1) $\Omega\in\Phi_q$ に対して，$\sigma(\Omega)$ は

$f^{-1}(\Omega)$ の F で相対的にコンパクトでない一つの成分である；(2) $\Omega_1 \subset \Omega_2$ ならば，$\sigma(\Omega_1) \subset \sigma(\Omega_2)$ (cf. [3]).

つぎに，F を全有限平面 $\{|Z|<\infty\}$，G を球面 $\{|w| \leqq \infty\}$，f を有理型函数として，G 上の点 w_0 上の asymptotic spot τ の調和指数をつぎのように定義する．$g_\Omega(w, w_0)$ を w_0 に極をもつ Ω の Green 函数として，

$$u_{\sigma(\Omega)}(Z) = \text{G. H. M.}\, g_\Omega(f_{\sigma(\Omega)}(Z), w_0)$$

とおく．ここに，$f_{\sigma(\Omega)}(Z)$ は $f(Z)$ の $\tau(\Omega)$ への制限，G. H. M. は $\sigma(\Omega)$ での greatest harmonic minorant とする．このとき，$u_{\sigma(\Omega)}(Z) \equiv 0$ なら $h(\sigma, \Omega)=0$, $u_{\sigma(\Omega)}(Z)$ が $\sigma(\Omega)$ で n 個の (Martin の意味での) minimal な正の調和函数の和で表わされるときには，$h(\sigma, \Omega)=n$, それ以外は $h(\sigma, \Omega)=\infty$ とおく．明らかに，$h(\sigma, \Omega)$ は Ω とともに増加する．そこで，$h(\sigma)=\inf h(\sigma, \Omega)\ (\Omega \in \Phi_{w_0})$ を τ の**調和指数**と定義する．

このとき，Heins はつぎの定理を与えた：

定理．$T(r,f)$ を f の (Nevanlinna の) 特性函数とし，$H=\sum h(\tau)$ とおくとき，(1) $H=\infty$ ならば $\underline{\lim}_{r\to\infty} \log T(r,f)/\log r=\infty$, (2) $2 \leqq H<\infty$ ならば $\underline{\lim}_{r\to\infty} T(r,f)/r^{H/2}>0$, (3) $H=h(\sigma_0)=1$ であって十分大きい r に対して $(F-\sigma_0(\Omega)) \cap \{|Z|=r\} \neq \phi$ ならば $\underline{\lim}_{r\to\infty} T(r,f)\, r^{-1/2}>0$.

直接分岐点に対して $h(\sigma)>0$ となる τ が存在すること，$h(\tau)>0$ となる τ は Goldberg の K 特異点の概念と一致することに注意すれば，Denjoy-Carleman-Ahlfors の定理，Goldberg [2] の結果はこの定理から直接にわかる．

定理の (2) に注目すると，f の階数 ρ に対して $H/2 \leqq \rho$ である．この事実に基づいて，Heins [4] はつぎの実現問題を提起した：

問題．$w_1, \cdots, w_n\ (n \geqq 1)$ を w 球面上の与えられた点，$h_1, \cdots, h_n$ を与えられた正の整数とする．このとき，つぎの三つの条件をみたす有理型函数 $w=f(Z)$ が存在するか：(i) $f(Z)$ はちょうど n 個の正の調和指数をもつ asymptotic spots $\tau_1, \cdots, \tau_n$ をもつ；(ii) τ_k は w_k 上の asymptotic spot で $h(\tau_k)=h_k$; (iii) $w=f(Z)$ の階数は $\rho \leqq H/2\ (H=\sum h_k)$.

Heins [4] はつぎの特別な場合に，この問題の解を与えている：(a) $n=1$ の場合，$f(Z)=Z\cos Z^{m/2}$ が $w_1=\infty$, $h_1=m$ に対する解となっている；(b) $n=2$ の場合，$h_1=h_2=2$ に対して，$g(Z)=e^{iZ}\cos Z^2$ を考え，正数 η を $0 \leqq y<\eta$ に対して $g(iy)<g(i\eta)$ となり，$|w|=g(i\eta)$ 上で $g(Z)$ が不分岐となるようにとる．γ を $\{Z; |g(Z)|=g(i\eta)\}$ の $i\eta$ を含む成分とし，ϕ を上半平面 $\Im Z>0$ から λ の補集合の $|g(Z)|>g(i\eta)$ の原像を含む成分への等角写像とする．このとき，函数 $g(i\eta)^{-1} g \circ \phi$ は全平面に接続可能で，接続した函数 $w=f(Z)$ は $w_1=0$, $w_2=\infty$ に対して，求める解となっている．一般の w_1, w_2 に対しては，w の一次変換によりつくられる．(b) での方法は，$g(Z)=e^{-iZ}\cos Z^m$ を採用すれば，$h_1=h_2=m$ に対しての解を与えることが，M. Ozawa により指摘された．

さて，Mittag-Leffler の函数はつぎの式で定義される (cf. [1])：

$$E_a(Z)=\sum_{n=0}^{\infty} \frac{Z^N}{\Gamma(1+an)} \qquad (0<\alpha<2).$$

これを利用すると，Heins の問題の一般な解が得られる (Hiromi [5])．ここでは，それについて述べる．

$$f_k(Z)=E_{2/H}(Z/\varepsilon^{k-1}),\ \varepsilon=e^{\pi i/H}\ (k=1, 2, \cdots, H(\geqq 3))$$

とおいて，

$$f(Z)=\sum_{j=1}^{h1} f_j(Z) \Big/ \sum_{j=1}^{h1} f_{h1+j}(Z)$$

をつくると，$w=f(Z)$ は $n=2, w_1=\infty, w_2=0, h_1+h_2=H \geqq 3$ なる任意の h_1, h_2 に対する解となる．一般の $n\ (>2)$ の場合には，まず，h_k に関連して $f_j(Z)$ から補助函数 $\tilde{f}_k(Z)$ をつぎのようにつくる：

$$\tilde{f}_k(Z)=\begin{cases} f_1(Z) & (h_k=1), \\ \left(\sum_{j=1}^{h_k} f_j(Z)\right) g_k(Z) & (h_k>1); \end{cases}$$

$$g_k(Z)=\begin{cases} E_{2h_k/H}(Z/\varepsilon^{(h_k-1)/2}) & (2h_k>H), \\ \exp(Z/\varepsilon^{(h_k-1)/2}) & (2h_k=H), \\ 1/E_{2(H-h_k)/H}(Z/\varepsilon^{(H+h_k-1)}) & (2h_k>H). \end{cases}$$

このとき，A を十分大きい正数として，

$$f(Z)=\left\{\sum_{k=1}^{n} w_k \tilde{f}_k(Z/\varepsilon^{h_1+\cdots+h_{k-1}})+A\right\}$$

$$\div \sum_{k=1}^{n} \tilde{f}_k(Z/\varepsilon^{h_1+\cdots+h_{k-1}})$$

が $u>2$, $w_k \neq \infty$ に対して問題の解となる．$w_k=\infty$ を含むときには，一次変換により解を求めることができる．したがって，

定理．n 個の任意の w 球面上の点 $w_1, \cdots, w_n$ と任意の正の整数 $h_1, \cdots, h_n$ とに対して，問題の条件 (i), (ii), (iii) をみたす有理型函数 $w=f(Z)$ が存在する．

最後に与えられた正の整数 h_k として ∞ も許す場合，また，$n=\infty$ の場合には，階数 $\rho=\infty$ となり，条件 (iii) が不必要となって，新たに問題の設定が必要であることを注意しておく．

文　　献

[1] Cartwright, M. L., Integral functions. Cambridge (1962).

[2] Goldberg, A. A., On the influence of algebraic branch points of a meromorphic mapping function. Dokl. Akad. Nauk SSSR (N.S.) **98** (1954), 709–711; Correction **101** (1955), 4.

[3] Heins, M., On the Lindelöf principle. Ann. of Math. **61** (1955), 440–473.

[4] Heins, M., Asymptotic spots of entire and meromorphic functions. Ann. of Math. **66** (1957), 430–439.

[5] Hiromi, G., On the existence of meromorphic functions with preassigned asymptotic spots. Kōdai Math. Sem. Rep. **17** (1965). (To appear)